

Ордена Ленина

ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

имени М.В. Келдыша.

Академии Наук СССР



77-77222

Л.В. Бадьин (524-25)
FILE COPY

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕЧЕНИЙ ПЛАЗМЫ
В КАНАЛЕ МПК С ДИВЕРТОРОМ

Препринт № 131 за 1982 г.

Москва.

ОРДЕНА ЛЕНИНА ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ имени М.В.КЕЛДЫША
АКАДЕМИИ НАУК СССР

Л.В.Бадьин

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕЧЕНИЙ ПЛАЗМЫ
В КАНАЛЕ МПК С ДИВЕРТОРОМ

Москва

NUMERICAL INVESTIGATION OF PLASMA FLOWS IN THE MPC DUCT
WITH DIVERTOR.

L.V.Bad'in

Keldysh Inst. Appl. Mathem., the USSR Academy of Sciences,
Moscow

ABSTRACT

Numerical simulation of the two-dimensional MHD-flow of the ideal plasma in a channel of the magnetoplasma compressor (MPC) with an axial hole in the central electrode (divertor) is carried out. The steady-state regime of the flow is obtained. It is considered the influence of divertor and its shape on the flow and the compression region under various values of β - the ratio of the gas and magnetic pressures. The influence of finite and periodical density perturbations at the entry of the channel on the compressional flow properties is investigated. It is shown that the flow is stable under such perturbations.

АННОТАЦИЯ

~~Проведено численное исследование двумерного МГД-течения невязкой нетеплопроводной идеально проводящей плазмы в канале магнитоплазменного компрессора, в котором центральный электрод имеет осевое отверстие - дивертор. Получен стационарный режим течения. Рассмотрено влияние дивертора и его формы на течение, на зону компрессии при разных значениях параметра β - отношения газового и магнитного давлений. Исследовано влияние конечных единовременных и периодических возмущений плотности при входе в канал на компрессионные свойства течения. Показана устойчивость течения по отношению к таким возмущениям.~~

§ I. Введение.

Численная модель течения плазмы в канале с полым центральным электродом построена в связи с работами по исследованию течений в канале магнитоплазменного компрессора (МПК). Протекающий между электродами разрядный ток создает азимутальное магнитное поле, приводящее к сильному сжатию плазмы на оси канала. В МПК центральный электрод укорочен и имеет осевое отверстие - дивертор, созданный с целью "отсасывания" из зоны компрессии возникающих в канале примесей [1].

Течение плазмы в таком канале описывается МГД-уравнениями в двумерном (осесимметричном) приближении. Решение уравнений осуществляется численно с помощью ЭВМ. Задача о стационарном течении решается методом установления [2].

Подача плазмы производится в межэлектродном пространстве слева на входе в канал, где, как обычно, заданы плотность и давление плазмы и магнитное поле. Плазменный поток вытекает из канала справа, а также через отверстие в центральном электроде. Свойства плазмы предполагаются простейшими: расчеты проведены в одножидкостной МГД-модели для невязкой нетеплопроводной идеально проводящей плазмы.

Исследуется влияние дивертора на течение и зону компрессии при разных значениях параметра β - отношения газового и магнитного давлений, проводится сравнение с течением в канале без дивертора.

В связи с проблемой устойчивости течения плазмы в МПК изучалось влияние возмущений плотности на входе в канал. Рассмотрено два типа возмущений: I) единовременные - возмущение отлично от нуля только на конечном и небольшом временном интерва-

ле; 2) периодические - с заданной частотой колебаний ω .

Основные результаты обсуждаемых здесь исследований коротко опубликованы в виде тезисов докладов [3, 4].

Трехкомпонентная численная модель течения плазмы и динамики примесей в канале с дивертором рассмотрена в работах [5, 6].

§ 2. Математическая модель и метод решения задачи.

Численная модель строится аналогично описанной в статье [2]. Течение идеальной плазмы в азимутальном магнитном поле в двумерном (осесимметричном) приближении описывается нестационарными МГД-уравнениями:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho \vec{v} &= 0 \\ \rho \frac{d\vec{v}}{dt} + \nabla p &= \frac{1}{c} [\vec{j}, \vec{H}] \\ c_p \rho \frac{dT}{dt} + p \operatorname{div} \vec{v} &= 0 \\ \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} &= \operatorname{rot} [\vec{v}, \vec{H}] \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$p = (c_p - c_v) \rho T, \quad \vec{j} = \frac{c}{4\pi} \operatorname{rot} \vec{H}$$

$$\text{где } \vec{v} = (v_\varphi, 0, v_z), \quad \vec{H} = (0, H_\varphi, 0), \quad \frac{\partial}{\partial \varphi} \equiv 0, \quad \frac{d}{dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + (\vec{v}, \nabla).$$

Выберем единицы измерения всех величин, входящих в уравнения. Для этого используем размерные параметры задачи: ρ_0 - плотность на входе в канал, p_0 - давление, T_0 - температура, H_0 - характерное значение магнитного поля; L - длина канала. За единицу скорости примем характерную альфвеновскую скорость $V_{0A} = \frac{H_0}{\sqrt{4\pi\rho_0}}$, времени $t_0 = \frac{L}{V_{0A}}$ (пролетное время).

В дальнейшем уравнение энергии в системе (2.1) заменим предположением изэнтропичности $S = \text{const}$.

Уравнения (2.1) в безразмерной форме имеют вид:

$$\begin{aligned}\frac{d\vec{v}}{dt} &= -(\gamma/\rho) \nabla p + (\gamma/\rho) [\gamma_0 t \vec{H}, \vec{H}] \\ \frac{d\rho}{dt} &= -\rho \operatorname{div} \vec{v} \\ \frac{dH}{dt} &= -H(\operatorname{div} \vec{v} - \gamma_0/\gamma) \\ \rho &= \frac{\beta}{2} \rho^{\gamma}\end{aligned}\quad (2.2)$$

где $\vec{v} = (v_n, 0, v_z)$, $H = H_z$, $\frac{d}{dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + (\vec{v}, \nabla)$, $\frac{\partial}{\partial \varphi} \equiv 0$.

Уравнения (2.2) содержат безразмерный параметр

$$\beta = \frac{8\pi p_0}{H_0^2}$$

В предположении осевой симметрии система (2.2) рассматривается в цилиндрических переменных (z, r) в области канала, ограниченной кривыми $r_1(z)$, $r_2(z)$, $r_3(z)$ и осью $r=0$ при

$0 \leq z \leq 1$ (см. рис.1,2). Здесь $r_1(z)$, $r_2(z)$ - границы

внутреннего электрода, $r_3(z)$ - внешнего электрода. Кривая

$r = r_1(z)$ ограничивает дивертор, и случай $r_1(z) \equiv 0$ соответствует случаю канала без дивертора.

Граничные условия:

На входе в канал ($z=0$) $\rho=1$, $H = \frac{1}{2r}(r_2(0)+r_1(0))$.

На электродах $v_n = 0$ (нормальная компонента скорости равна нулю).

На оси ($r=0$) $H=0$, $v_z=0$, $\frac{\partial v_z}{\partial r}=0$, $\frac{\partial \rho}{\partial r}=0$ (условия осевой симметрии).

Для исследования устойчивости течения в модель вносится возмущение плотности: на входе в канал ($z=0$, $r_1 \leq r \leq r_3$) вместо граничного условия $\rho=1$ задано $\rho = 1 + \varepsilon \rho_1(t)$.

Рассмотрено два типа возмущений: 1) единовременные - в этом случае функция $\rho_1(t)$ отлична от нуля только на конечном и небольшом интервале $t_1 < t < t_2$; 2) периодические - $\rho_1(t) = \sin \omega(t-t_1)$.

с заданной частотой колебаний ω . Амплитуды возмущения ε рассмотрены в диапазоне $-1 \leq \varepsilon \leq 1$.

Начальные условия: $\bar{V} = 0$, а ρ и H — монотонно убывающие функции z , согласованные с граничным условием на входе.

Для решения задачи удобно перейти к новым переменным (z, y) следующим образом: пусть z^* — правый конец внутреннего электрода, то есть $z_1(z^*) = z_2(z^*)$, $y_0 = \frac{z_1(z^*)}{z_2(z^*)}$. Тогда

$$\text{при } 0 \leq z \leq z^* \quad z = \begin{cases} \frac{y}{y_0} z_1(z) & \text{при } 0 \leq y \leq y_0 \\ \frac{1}{1-y_0} [(1-y) z_1(z) + (y-y_0) z_2(z)] & \text{при } y_0 \leq y \leq 1 \end{cases} \quad (2.3)$$

$$\text{при } z^* < z \leq 1 \quad z = y z_2(z), \quad 0 \leq y \leq 1.$$

В координатах (z, y) имеем ($u = V_z$, $v = V_r$):

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \alpha \frac{\partial u}{\partial z} + \beta \frac{\partial u}{\partial y} &= - (1/\rho) \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} - \frac{z}{2} \frac{\partial \rho}{\partial y} + H \left(\frac{\partial H}{\partial z} - \frac{z}{2} \frac{\partial H}{\partial y} \right) \right] \\ \frac{\partial v}{\partial t} + \alpha \frac{\partial v}{\partial z} + \beta \frac{\partial v}{\partial y} &= - (1/\rho) \left[\frac{1}{2} \frac{\partial \rho}{\partial y} + \frac{H}{2} \frac{\partial H}{\partial y} \right] \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \alpha \frac{\partial \rho}{\partial z} + \beta \frac{\partial \rho}{\partial y} &= - \rho \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{z}{2} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{1}{2} \frac{\partial v}{\partial y} \right) \\ \frac{\partial H}{\partial t} + \alpha \frac{\partial H}{\partial z} + \beta \frac{\partial H}{\partial y} &= - H \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{z}{2} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{1}{2} \frac{\partial v}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$\rho = \frac{\beta}{2} \rho^*$$

$$\text{где } \alpha = u, \quad \beta = \frac{1}{2} y (v - z u), \quad z_1 = \frac{\partial z}{\partial y}, \quad z_2 = \frac{\partial z}{\partial y}.$$

Уравнения (2.4) решаются в прямоугольнике $0 \leq z \leq 1$,

$0 \leq y \leq 1$ с упомянутыми выше граничными условиями.

Решение осуществляется численно с помощью ЭЕМ.

Задача о стационарном решении решается методом установления.

Основной метода численного решения задачи является метод, описанный в статье [2]. Счет осуществляется по явной разностной схеме типа "крест" с аппроксимацией производных по пространству в операторе $\frac{d}{dt}$ разностями против потока. Расчетная сетка

содержит два типа узлов, смещенных на полшага по каждой координате и по времени. В узлах первого типа вычисляются компоненты скорости, второго - плотность, давление и магнитное поле. Верхняя и нижняя границы области состоят из узлов первого типа, боковые - второго. Для устойчивости счета по такой схеме необходимым ограничением на шаг по времени является условие Куранта.

Для расчета течения плазмы в канале с дивертором в данную схему внесены следующие изменения:

- 1) введены дополнительные одномерные массивы для расчета величин на внутренней поверхности центрального электрода, т.к. $y = y_0$ соответствуют и $\varphi_1(y_0, z)$ и $\varphi_2(y_0, z)$;
- 2) для сохранения постоянного шага Δy по оси y необходимо, чтобы $y_0/\Delta y$ было целым, т.е. выполнение условий: $\frac{1}{\Delta y}$ - целое и $y_0/\Delta y$ - целое число;
- 3) функции $\varphi_1(z)$, $\varphi_2(z)$, $\varphi_3(z)$ выбраны таким образом, чтобы конец центрального электрода (где $z = z_2$) не совпадал ни с одной расчетной точкой;
- 4) при вычислении u , v в расчетных узлах на конце центрального электрода используются значения e , H , p в соседних узлах сетки;
- 5) на границе слева внизу (на выходе из дивертора) ставятся граничные условия того же вида, как и справа - на выходе из канала.

(Как показала численная проверка, условия 3-4 не являются существенными - выбор "соседей" для расчета в этих узлах слабо влияет на картину течения во всей области.)

Основная расчетная сетка содержала ~ 40 узлов по оси z и от 15 до 30 узлов по оси y в зависимости от геометрии канала и формы дивертора (на дивертор приходилось $\sim (1/3 \div 1/2)$ узлов по y).

§ 3. Результаты расчетов. Дивертор.

Серия расчетов проведена для выяснения влияния дивертора и его формы на характеристики потока. Получены следующие результаты. За пролетное время в канале с дивертором устанавливается стационарный режим течения плазмы. Основная часть потока протекает через канал слева направо, незначительная часть ($\leq 5\%$) - через дивертор. Эти части потока разделены сепаратрисой, на оси канала образуется область (точка), где скорость течения равна нулю, с максимальным сжатием плазмы. Через дивертор вытекает та часть плазмы, которая проходит вдоль внешней поверхности центрального электрода. Этот результат дает основание предполагать, что образующиеся у центрального электрода (катода) примеси также выйдут из канала через дивертор, минуя зону компрессии.

Введение дивертора не меняет картины течения в межэлектродном пространстве и вне зоны компрессии. В отсутствие дивертора область компрессии асимметрична относительно точки максимального сжатия, находящейся у конца центрального электрода. В канале с дивертором поток, набегавший вдоль центрального электрода, вытекает в дивертор и область компрессии приобретает более симметричный вид, точка максимального сжатия смещается направо, в центр области. При этом степень сжатия в области практически не меняется.

Расчеты показали, что форма канала дивертора следующим образом влияет на свойства течения. Стационарный режим течения в диверторе устанавливается за больший промежуток времени, чем в основной части канала ($t \leq 4$ и $t \leq 2$ соответственно). Это не сказывается на течении плазмы в канале, если дивертор постоянного сечения или расширяющийся. В случае сужающегося канала дивертора плотность плазмы в нем возрастает и образуется некая "подушка", в результате чего область компрессии деформируется, приобретая

вид, схожий со случаем течения без дивертора. Это позволило сделать вывод, что введение сужающегося канала дивертора нецелесообразно. Уменьшение относительных размеров дивертора также приводит к увеличению асимметрии зоны компрессии. В дальнейшем расчеты проводились с дивертором постоянного сечения.

Сравнение результатов счета при $\beta = 0.5$ и $\beta = 0.2$ показало, что при изменении β влияние дивертора не меняется, а степень сжатия возрастает при уменьшении β (при $\beta = 0.5$ $\rho_{\max} \approx 4$, при $\beta = 0.2$ $\rho_{\max} \approx 8.5$), что хорошо согласуется с оценкой

А.И. Морозова [2]

$$\rho_{\max} \sim \left(\frac{2(\gamma-1)}{\gamma\beta} + 1 \right)^{1/(\gamma-1)} \quad (3.1)$$

На рис.1 приведены линии уровня ρ , линии тока $H_2 = \text{const}$, функции потока $\psi = \text{const}$ ($u = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial z}$, $v = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial x}$) для $\beta = 0.2$ в каналах:

- а) $\tau_3 = 0.45x^2 - 0.3z + 0.375$; $\tau_2 = -1.35x^2 + 0.225$; $\tau_1 = 0$ (без дивертора),
 б) $\tau_3 = 0.45x^2 - 0.3z + 0.375$; $\tau_2 = -1.35x^2 + 0.225$; $\tau_1 = 0.075$

На рис.2 показано распределение плотности ρ при $\beta = 0.5$ для канала: (а-в) $\tau_3 = 0.45x^2 - 0.3z + 0.45$, $\tau_2 = -1.35x^2 + 0.3$ и диверторов: $\tau_1 = 0.15$ (а), $\tau_1 = 0.2 - 0.15z$ (б), $\tau_1 = 0.1 + 0.15z$ (в); случай 2г соответствует геометрии канала 1б.

На рис.3 приведены графики $u(x, 0)$ - скорости на оси канала для вариантов 1а, 1б - штриховые линии, и вариантов 2а - 2г - сплошные линии.

Из сравнения рис. 1а и 1б видно, что влияние дивертора сказывается в районе зоны компрессии и вдоль оси канала. Из вида функции

ψ можно заключить, что в дивертор может попасть только небольшая часть плазмы, протекающая вдоль центрального электрода.

Коэффициент сжатия плазмы уменьшается и точка $u = 0$ смещается вправо; ускорение вдоль оси z также меньше, чем в канале без дивертора. При уменьшении β сжатие и ускорение плазмы возраста-

ит, а точка $u=0$ также смещается немного вправо (ср. 1б и 2г, 3(б) и 3г). Видно, что при больших размерах дивертора его форма практически не сказывается на течение в канале и вид u ($x, 0$) (2а,б и 3а,б); при малом или сужающемся диверторе плотность ρ левее зоны компрессии довольно велика, плазма в канале дивертора не ускоряется.

§ 4. Устойчивость течения по отношению к возмущениям плотности на входе.

Для исследования устойчивости двумерного стационарного течения плазмы в канале МПК в указанное выше численное решение задачи вносится возмущение плотности, заданное на входе: при $t > t_1$, где $t_1 \sim t_{уст}$ - времени установления, вместо граничного условия

$$\rho = I \text{ полагаем } \rho = I + \varepsilon \rho(t, 0, z) = I + \varepsilon f_1(t) f_2(z),$$

где $|\varepsilon| \leq 1$, $f_1(z)$ - постоянная или линейная функция,

$$f_2(z) = 1 + \frac{z - z_2}{z_3 - z_2} (g - 1)$$

(параметр g равен соответственно 1 или 0, так что $0 \leq f_2(z) \leq 1$ при $z_2 \leq z \leq z_3$). Функция $f_1(t)$ определяет зависимость возмущения от времени.

Рассмотрено два типа возмущений:

- 1) кратковременные - в этом случае $f_1(t)$ финитна, т.е. отлична от нуля только на конечном и небольшом интервале времени $t_1 < t < t_2$ (например, $f_1(t) = 1 - \frac{4}{(\Delta t)^2} (t - \frac{\Delta t}{2})^2$ при $t_1 < t < t_2$, где $\Delta t = t_2 - t_1$, $f_1(t) = 0$ при $t \leq t_1$, $t \geq t_2$);

- 2) периодические, с заданной частотой колебаний ω , в которых $f_1(t) = \sin \omega(t - t_1)$ при $t > t_1$, $f_1(t) = 0$ при $t \leq t_1$.

Функцию $f_1(t) = \sin \omega(t - t_1)$ можно также представить в виде

$$f_1(t) = \sin(\pi \frac{t - t_1}{\Delta t})$$

, где $2\Delta t$ - период колебаний.

В случае возмущений первого типа серия расчетов

с $\Delta t = 0.2; 0.1; 0.05$, $g = 0$, $I = \pm 1$, $\varepsilon = \pm 1, \pm 0.5, \pm 0.25$ показала, что:

- 1) течение устойчиво по отношению к таким возмущениям;
- 2) основная часть избыточной плотности $\Delta\rho$ выносится по каналу слева направо, незначительная часть вытекает в дивертор;
- 3) изменение зависимости $\Delta\rho(t, \eta)$ от радиуса ($\eta = 0$ или $\eta = 1$) влияет на картину течения в межэлектродном пространстве, а в зоне компрессии качественного изменения при этом не происходит (см. рис. 4, 5). Это позволяет в дальнейшем рассматривать только случай $\eta = 1$ (возмущение на входе не зависит от радиуса).

Наиболее интересными можно считать следующие результаты.

Выходящее из межэлектродного пространства возмущение вызывает в зоне компрессии изменение плотности противоположного знака. Причина этого, по-видимому, в том, что увеличение плотности на входе приводит к увеличению параметра β , в результате чего коэффициент сжатия уменьшается согласно оценке (3.1). Это возмущение выносится из канала по оси слева направо одновременно с той частью исходного возмущения, которая движется вдоль фронта ударной волны в канале.

Исходное возмущение не достигает оси в зоне компрессии при малых β ($\beta \sim 0.2$) или при $\beta = 0.5$ и $\varepsilon < 0$ (особенно хорошо это видно при $\varepsilon = -1$). При $\beta = 0.5$ и $\varepsilon > 0$ возмущение сначала достигает оси (в пределах 10% его максимального значения), а потом растекается и вызывает в зоне компрессии изменение плотности другого знака. Зависимость эффекта от длины импульса возмущения Δt практически линейна, а от величины ε в рассматриваемом интервале — нелинейна. Увеличение ε приводит к большему изменению плотности в зоне компрессии. Отрицательные возмущения плотности на входе ($\varepsilon < 0$) приводят к большим относительным изменениям плотности в зоне компрессии, чем при $\varepsilon > 0$, что говорит о нелинейной зависимости $\Delta\rho(t, \eta, \varepsilon)$ от ε при больших $|\varepsilon|$. Действительно, при $\varepsilon = 0.5$

плотность на входе может измениться только в 1.5 раза, а при $\varepsilon = -0.5$ - в 2 раза. Полученные результаты хорошо согласуются с оценкой (3.1) - зависимости коэффициента сжатия от фактического значения параметра β на входе.

Влияние возмущений на картину течения в канале удобно исследовать, наблюдая распределение в области функции $\Delta p(t, z, r)$,

$\Delta p(t, z, r) = p(t, z, r) - p(t_0, z, r)$. На рис. 4-7 приведен вид $\Delta p(t, z, r)$ для некоторых β , Δt , ε , g . (Рис. 4 - 5 : $\beta = 0.2$, $\Delta t = 0.2$, $\varepsilon = 0.5$; $g = 0$ (рис. 4) и $g = 1$ (рис. 5). Рис. 6 - 7 : $\beta = 0.5$, $\Delta t = 0.1$, $g = 1$; $\varepsilon = 0.5$ и $\varepsilon = -1$. Для удобства на рис. приведены линии уровня $\Delta p \times 10$.)

Аналогичный результат получен при исследовании возмущений второго типа. В этом случае при больших ε ($\varepsilon = 0.2$; 0.5) на оси образуется некая "подушка" избыточной плотности, и при малых периодах колебаний отрицательные возмущения ($\Delta p < 0$) возникают на оси либо только левее точки максимального сжатия ($\varepsilon = 0.5$), либо рассасываются, не успев выйти из канала ($\varepsilon = 0.2$). Но уже при $\varepsilon = 0.1$ возмущения можно рассматривать в линейном приближении. На рис. 8 приведен вид $\Delta p(t, z, r)$: $\beta = 0.2$, $\Delta t = 0.1$, $g = 1$ и $\varepsilon = 0.1$ (а), $\varepsilon = 0.5$ (б). Здесь рассмотрена величина $\Delta p \times 100$.

Проведена серия расчетов с $\varepsilon = 0.1$ и изменением полупериода колебаний Δt от 0.1 до 1.5 с целью попытаться обнаружить какие-либо резонансные явления в поведении возмущений и, в частности, найти частоту собственных колебаний системы.

Расчеты показали, что система остается устойчивой по отношению к таким возмущениям (за времена $t-t_0 \gg 12\Delta t$) при всех рассмотренных значениях Δt .

§ 5. Колебания в области канала у дивертора.

Выше уже отмечалось, что время установления течения в канале с дивертором больше, чем в его отсутствие, причем в области левее зоны компрессии параметры течения перестают изменяться позже, чем в межэлектродном пространстве. В то же время картина течения устойчива по отношению к возмущениям плотности на входе в канал. Подробное исследование показало, что попадающая на ось системы часть возмущения вызывает левее точки максимального сжатия немонотонные изменения плотности. Это особенно хорошо видно при кратковременных возмущениях ($\Delta t \leq 0.1$), когда эти изменения имеют вид затухающих колебаний (рис. 9).

При периодических возмущениях малого периода амплитуда колебаний в этой области (у фронта ударной волны сжатия) больше, чем в других местах на оси канала, при увеличении периода колебаний максимум амплитуды смещается направо — в зону компрессии. Путем варьирования Δt , а также длины единовременных возмущений удалось найти частоту (период) таких колебаний (колебаний с максимумом амплитуды левее точки максимального сжатия) для ряда значений параметра β и формы дивертора. Часть результатов приведена в Таблице I. Счет с изменением шага по пространству показал, что эффект колебаний не является счетным (рис. 10).

На оси $M \approx 0$ и магнитозвуковая скорость распространения малых возмущений относительно среды $C_m = \sqrt{c^2 + \frac{H^2}{\rho}}$ равна газодинамической скорости звука c ($c^2 = \gamma p / \rho$). Считая $H \sim 0$ и давление и плотность примерно постоянными, оценим величину $C_m \cdot 2\Delta t$.

Значения $2\Delta t$, c , $C_m \cdot 2\Delta t$ приведены в Таблице I, графики C_m и $2\Delta t$ — на рис. 11. Зависимость $2\Delta t$, c от параметра β

$$2\Delta t \sim \beta^{-0.31} \quad c \sim \beta^{0.23}$$

Из Таблицы I видно, что $C_m \cdot 2\Delta t$ мало меняется при изменении β в больших пределах ($0.1 \leq \beta \leq 2.0$), а зависит от геометрии кана-

ла - соответствует размерам дивертора.

При больших размерах дивертора изменения плотности в указанной области, вызываемые первоначальными возмущениями, имеют более сложный вид и быстрее затухают (рис. 12). На рис. 13 показано распределение амплитуды вынужденных периодических колебаний на оси канала 2а, $\beta = 0.2$, $\varepsilon = 0.1$, для значений $\Delta t = 0.1 \div 0.45$. Для канала с такими параметрами относительный максимум амплитуды колебаний левее точки максимального сжатия достигается при $\Delta t = 0.275$, $c \cdot \Delta t = 0.35$. Из вышеприведенного видно, что величина $c \cdot \Delta t$ слабо зависит от β и примерно равна размерам дивертора, откуда можно сделать вывод, что эффект появления таких колебаний обусловлен наличием в канале второго выходного отверстия - дивертора (эффект "свистка"). Расчеты с расширяющимся каналом дивертора дали аналогичный результат. В случае канала без отверстия во внутреннем электроде колебаний не обнаружено, что также подтверждает этот вывод.

В заключение хочется выразить благодарность К.В.Брушлинскому за руководство и помощь в работе и А.И.Морозову за постоянное внимание к задаче и ценные консультации.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. А.К.Виноградова, А.И.Морозов. Стационарные компрессионные течения. В сб. "Физика и применение плазменных ускорителей" под ред. А.И.Морозова, Минск, "Наука и техника", 1974, стр. 103-141.
2. К.В.Брушлинский, А.И.Морозов. Расчеты двумерных течений плазмы. В сб. "Вопросы теории плазмы" под ред. М.А.Деонтовича, вып.8, М., Атомиздат, 1974, стр. 88-163.
3. Л.В.Бадьин, К.В.Брушлинский. Компрессионные течения плазмы в канале с полым центральным электродом. III Всесоюзная Конф. по плазменным ускорителям, Минск, 1976, Тезисы докладов, стр. 128-129.
4. Л.В.Бадьин, К.В.Брушлинский. Численное исследование распространения возмущений двумерного течения плазмы в канале МПК. IV Всесоюзная Конф. по плазменным ускорителям и ионным инжекторам, Москва, 1978, Тезисы докладов, стр. 281-282.
5. К.В.Брушлинский, А.И.Морозов, В.В.Савельев. Численное исследование сепарации примесей в канале магнитоплазменного компрессора. Физика плазмы, 1979, т. 5, вып. I, стр. 113-117.
6. К.В.Брушлинский, А.И.Морозов, В.В.Савельев. Некоторые вопросы течений плазмы в канале магнитоплазменного компрессора. В сб. "Двумерные численные модели плазмы" под ред. К.В.Брушлинского, М., Ин-т Прикл. Матем. им.М.В.Келдыша АН СССР, 1979, стр. 7-66.

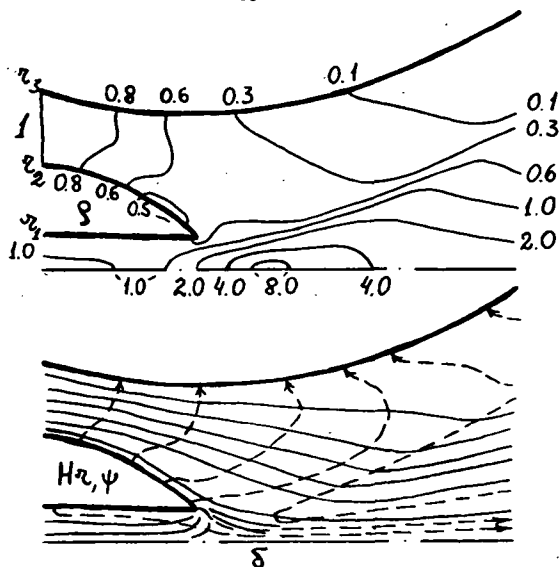
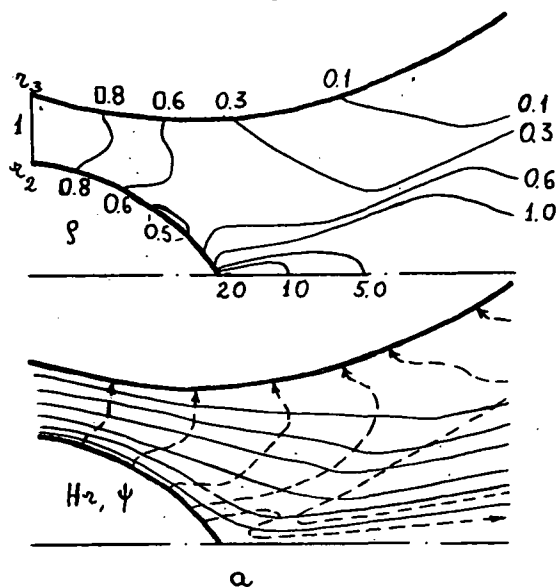


Рис. 1. Линии уровня ρ, H, ψ в канале с дивертором (б) и без дивертора (а) для $\beta = 0.2$.

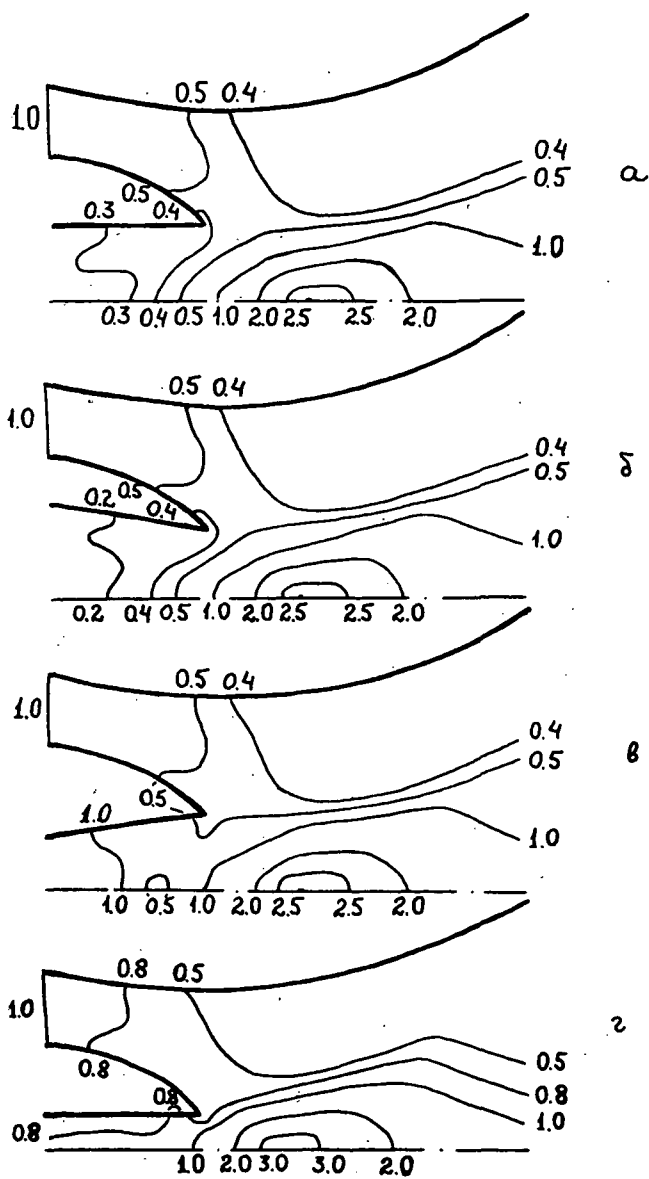


Рис. 2. Линии уровня плотности ρ в каналах с дивертором различной формы для $\beta = 0.5$.

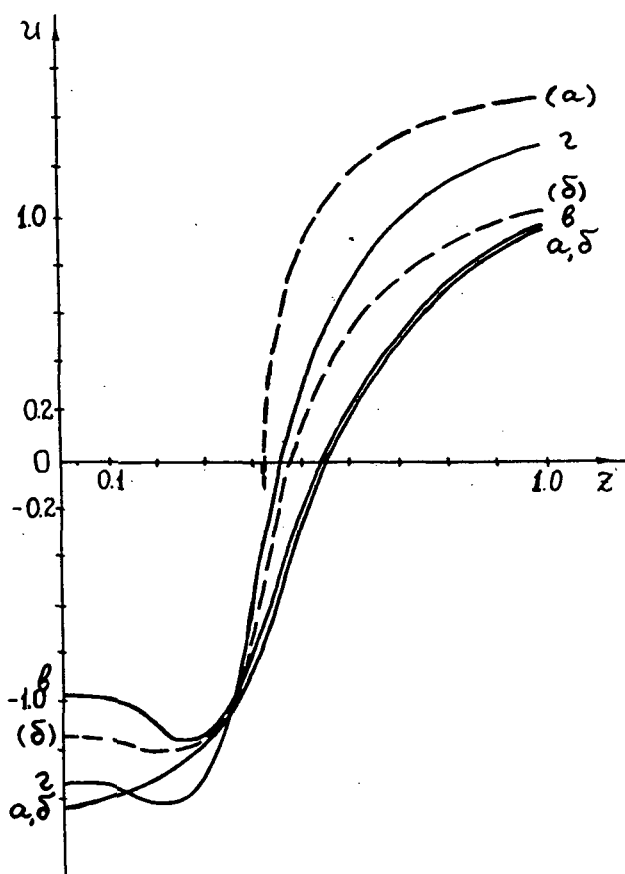


Рис. 3 . Скорость $u(z, 0)$ на оси канала.

--- в каналах, изображенных на рис. 1

— в каналах, изображенных на рис. 2

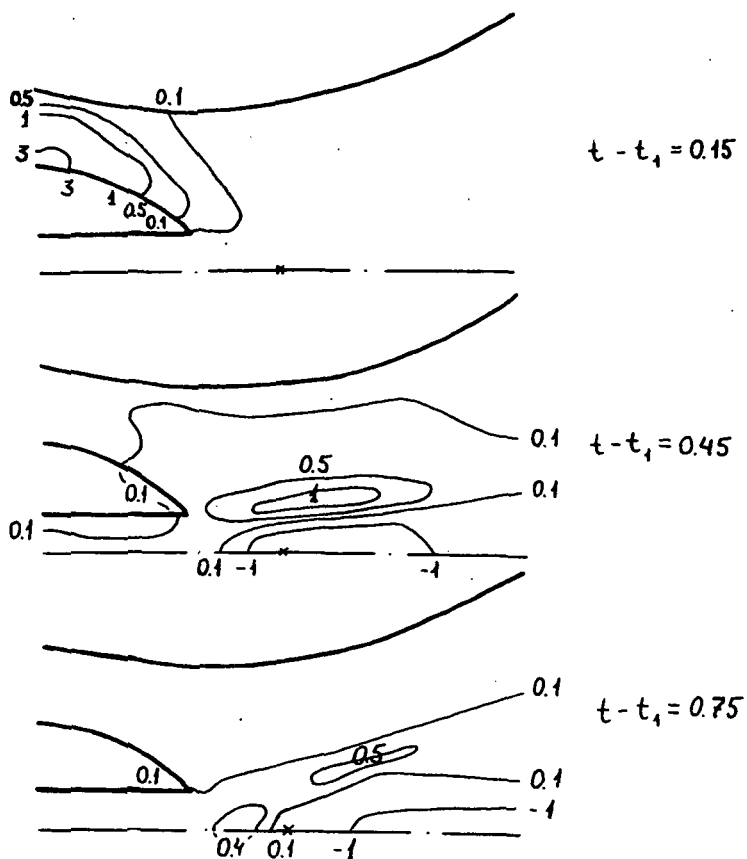


Рис. 4 . Вид величины $\text{IO}_{\text{ap}}(t, x, z)$
 для $\beta = 0.2$, $\Delta t = 0.2$, $\varepsilon = 0.5$, $g = 0$.

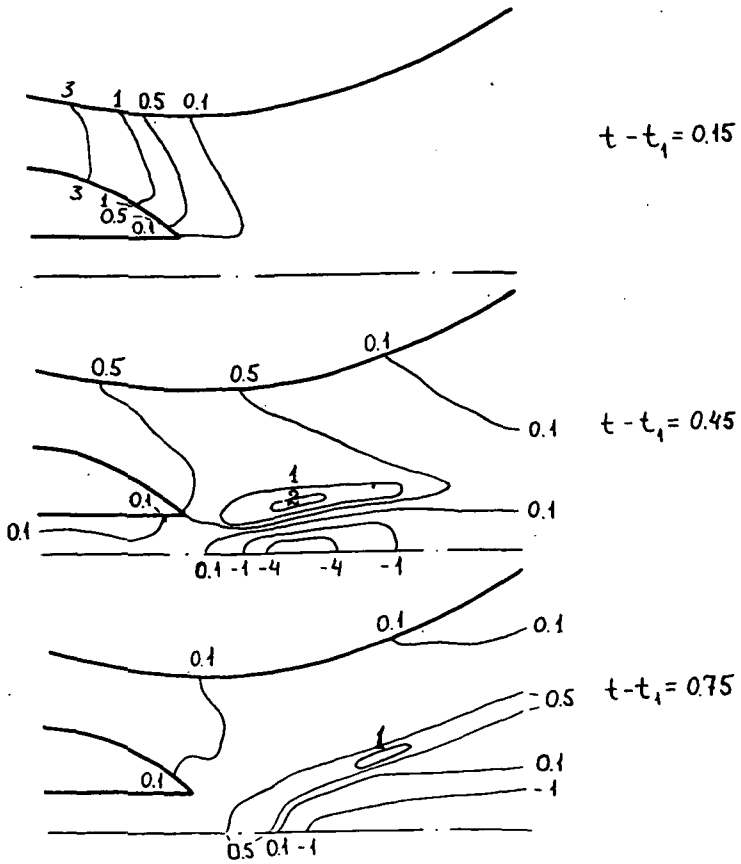


Рис. 5. Вид величины $10 \times \Delta p(t, x, z)$

для $\beta = 0.2$, $\Delta t = 0.2$, $\epsilon = 0.5$, $g = 1$.

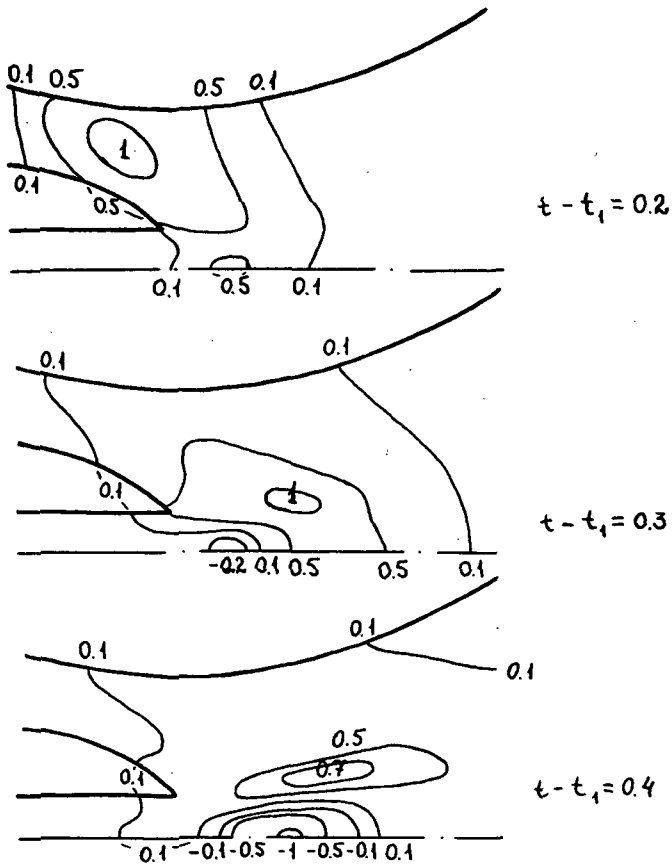


Рис. 6 . Вид величины $\text{Юхар}(t, z, e)$
 $\beta = 0.5, \alpha t = 0.1, \varepsilon = 0.5, g = 1.$

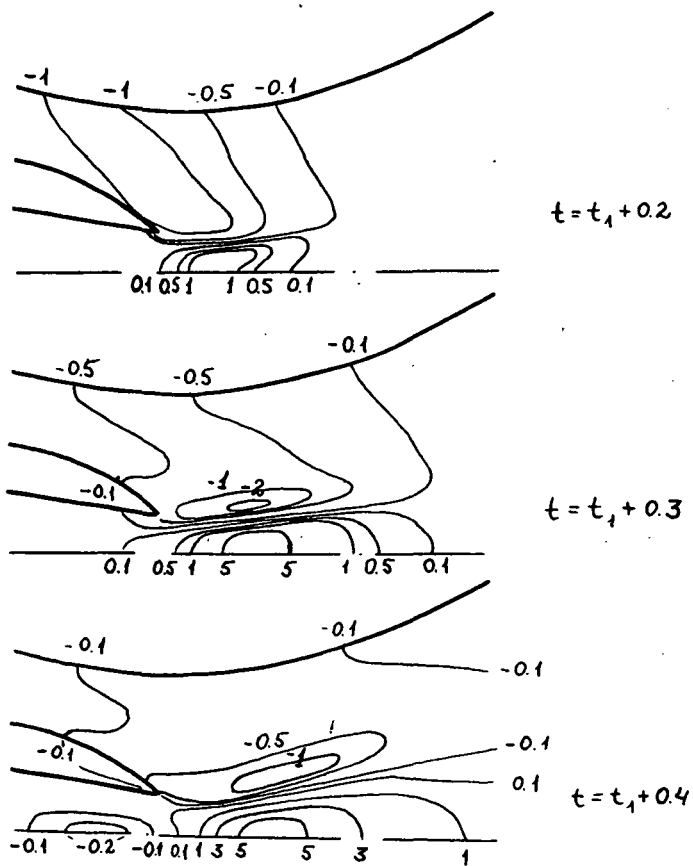


Рис. 7. Вид $10 \times \Delta p(t, x, z)$ для $\beta = 0.5$,
 $\Delta t = 0.1$, $\varepsilon = -1$, $g = 1$.

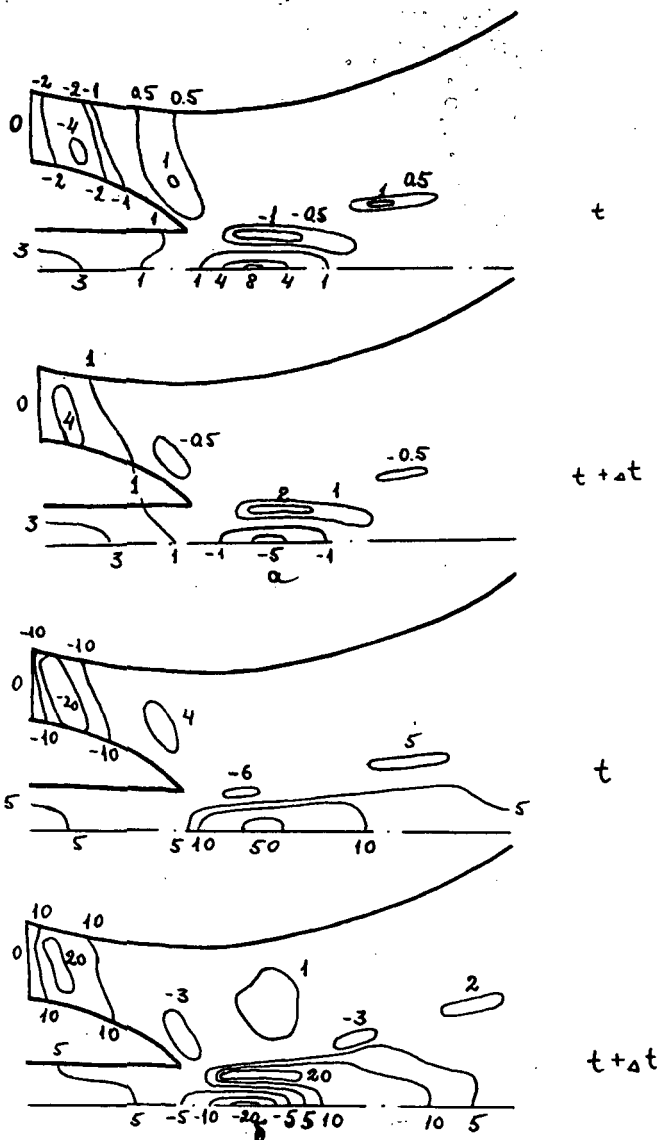


Рис. 8. Вынужденные колебания $100 \times \Delta \rho(t, z, \alpha)$

$\beta = 0.2, \Delta t = 0.1, q = 1$; а) $\varepsilon = 0.1$; б) $\varepsilon = 0.5$

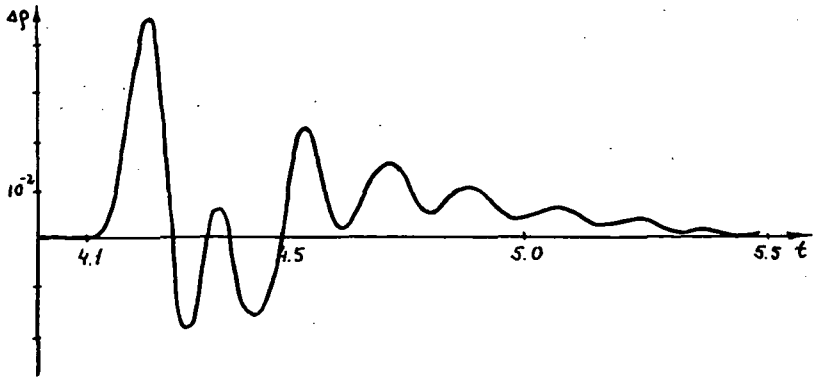


Рис. 9 . Колебания Δp левее точки макс. сжатия
в канале Iб, $\beta = 0.2$, $t_1 = 4.0$, $\Delta t = 0.1$

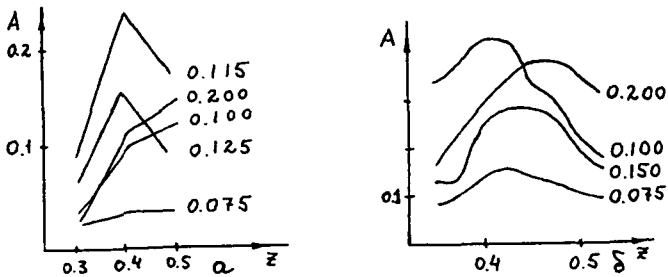


Рис. 10 . Амплитуда вынужденных колебаний (A) при разных Δt
в канале Iб, $\beta = 0.2$, на сетке а) $2I \times 13$; б) 42×26 .

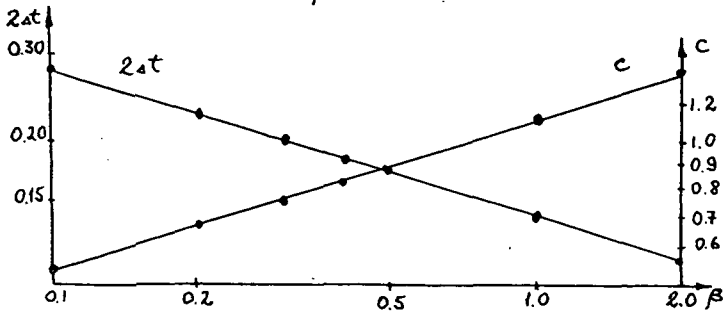


Рис. 11 . Зависимость c , $2\Delta t$ от β (канал Iб).

Таблица I.

β	$2\Delta t$	ρ	P	c	$2\Delta t c$
0.1	0.280	6.700	I.I90	0.544	0.152
0.2	0.225	4.234	I.III	0.660	0.149
0.3	0.200	3.262	I.076	0.742	0.148
0.4	0.180	2.734	I.070	0.807	0.145
0.5	0.172	2.401	I.076	0.864	0.149
1.0	0.140	1.679	I.I86	1.085	0.152
2.0	0.110	1.265	I.480	1.396	0.154

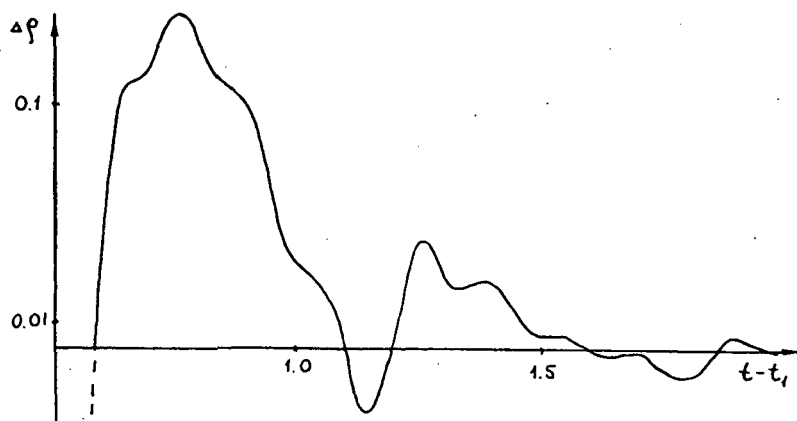


Рис. 12 . Вид $\Delta \rho(t)$ на оси левее точки макс. сжатия
в канале 2а, $\beta = 0.1$, $\varepsilon = 0.5$, $\Delta t = 0.1$

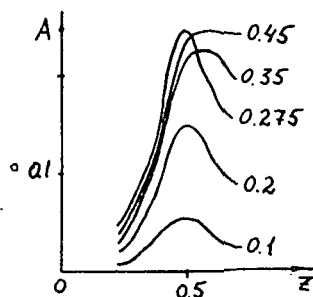


Рис. 13 . Амплитуда вынужденных колебаний (A) на оси канала 2а при разных Δt ; $\beta = 0.2$,
 $\varepsilon = 0.1$

Л.В. Бадьин " Численное исследование течений плазмы в канале МПК с дивертором. "

Редактор А.М. Заборов.

Корректор В.В. Савельев.

Подписано к печати 16.09.82 г. № Т-08163. Заказ № 700.

Формат бумаги 60X90 1/16. Тираж 150 экз.

Объем 1,2 уч.изд.л. Цена 8 коп.

55(02)2



Отпечатано на ротационных машинах в Институте прикладной математики АН СССР
Москва, Миусская пл. 4.

Все авторские права на настоящее издание принадлежат Институту прикладной математики им. М.В. Келдыша АН СССР.

Ссылки на издание рекомендуется делать по следующей форме: и.о., фамилия, название, препринт Ин. прикл. матем. им. М.В. Келдыша АН СССР, год, №.

Распространение: препринты института продаются в магазинах Академкниги г. Москвы, а также распространяются через Библиотеку АН СССР в порядке обмена.

Адрес: СССР, 125047, Москва-47, Миусская пл. 4, Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша АН СССР, ОНТИ.

Publication and distribution rights for this preprint are reserved by the Keldysh Institute of Applied Mathematics, the USSR Academy of Sciences.

The references should be typed by the following form: initials, name, title, preprint, Inst.Appl.Mathem., the USSR Academy of Sciences, year, N(number).

Distribution. The preprints of the Keldysh Institute of Applied Mathematics, the USSR Academy of Sciences are sold in the bookstores "Academkniga", Moscow and are distributed by the USSR Academy of Sciences Library as an exchange.

Address: USSR, 125047, Moscow A-47, Miusskaya Sq.4, the Keldysh Institute of Applied Mathematics, Ac.of Sc., the USSR, Information Bureau.